BOARD OF SCHOOL EDUCATION HARYANA

MARKING SCHEME

CLASS: 12th (Sr. Secondary)

Practice Paper 2023 – 24 **SET – A**

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

(ACADEMIC / OPEN)

- मार्किंग स्कीम में दिए गए हल केवल एक विधि है इसके अतिरिक्त सब विधियां भी बराबर मान्य होंगी यदि वे गणितीय रूप से सही हैं |
- The solution methods adopted in the marking scheme are suggestive. Different methods are also acceptable if these are mathematically correct.

Section -A : (1 Mark each)

Question No. प्रश्न क्रमांक	Answer उत्तर	Hints/ Solution संकेत / हल
1.	D	$(-1)^2 = (1)^2 = 1$, so $f(x) = x^2$ is not one-one. Square root (preimage) of any negative number does not exist in R , so $f(x) = x^2$ is not onto. $(-1)^2 = (1)^2 = 1$,अतः $f(x) = x^2$ *एकैकी नहीं है*| किसी भी ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल (पूर्व प्रतिबिम्ब) R में उपलब्ध नहीं है | अतः $f(x) = x^2$ आच्छादक नहीं है |
2.	$False$/असत्य	माना (Let) $cot^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = y$

		$\cot y = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -cot\frac{\pi}{3} = \cot\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = cot\frac{2\pi}{3}$
3.	A	दिया है (Given that) : $A' = A,\ B' = B$ $(AB - BA)' = (AB)' - (BA)'$ $= B'A' - A'B'$ $= BA - AB$ $= -(AB - BA)$
4.	C	$\|adj\ A\| = \|A\|^{n-1}$, यदि $(\ if)\ order(A) = n$ इसलिए (So) $\|adj\ A\| = 4^2 = 16$
5.	D	$Det(A) = 1(1 + sin^2\theta) - sin\ \theta(-sin\theta + sin\theta)$ $+ 1(sin^2\theta + 1)$ $= 2 + 2sin^2\theta$ अधिकतम मान (Min value) of $sin^2\theta$=0 न्यूनतम मान (Max value) of $sin^2\theta = 1$ So $Det(A) \in [2,4]$
6.	$2x.e^{x^2}$	$f'(x) = 2x.e^{x^2}$
7.	$\frac{2x.e^{x^2}}{-\ sinx}$	$\frac{df}{dg} = \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}} = \frac{2x.e^{x^2}}{-sin\ x}$
8.	B	$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 1 + 1} = \int \frac{dx}{(x+1)^2 + 1}$ $= \tan^{-1}(x+1) + c$
9.	0	By integral property : $\int_{-a}^{a} odd\ function = 0$ since sin^7x is an odd function within given limits. समाकलन गुणधर्म $\int_{-a}^{a}$ *विषम फलन* $= 0$ द्वारा क्योंकि sin^7x एक विषम फलन है |
10.	B	$\int \frac{1.dx}{sin^2x.cos^2x} = \int \frac{sin^2x + cos^2x}{sin^2x.cos^2x}dx$ $\int (sec^2x + cosec^2x)dx = \tan x - cot\ x + c$

11.	D	$$\frac{dy}{dx}=\frac{-y^2}{x^2-xy-y^2}=f(x,y)$$ माना (Let) $x=\lambda x, y=\lambda y$ $$f(\lambda x,\lambda y)=\frac{-\lambda^2x^2}{\lambda^2x^2-\lambda x.\lambda y-\lambda^2y^2}=\lambda^0 f(x,y)$$
12.	असत्य /False	Degree not defined since this is not a polynomial equation in $y', y'' or\ y'''$. क्योंकि यह समीकरण $y', y'' or\ y'''$. में एक बहुपद नहीं है|
13.	D	$\|\lambda\,\vec{a}\|=1,$ $\|\lambda\|\|\vec{a}\|=1, a\|\lambda\|=1, a=1/\|\lambda\|$
14.	असत्य /False	$\left\|\vec{a}.\vec{b}\right\|=\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\|$ $\overrightarrow{\|a\|}.\overrightarrow{\|b\|}\cos\theta=\overrightarrow{\|a\|}.\overrightarrow{\|b\|}\sin\theta$ $\cos\theta=\sin\theta$ $\Rightarrow\theta\neq\frac{\pi}{2}$
15.	$\frac{-9}{11},\frac{6}{11},\frac{-2}{11}$	$r=\sqrt{(-18)^2+(12)^2+(-4)^2}=22$ अतः दिक् कोसाइन, So direction cosines $=\frac{-18}{22},\frac{12}{22},\frac{-4}{22}$ $=\frac{-9}{11},\frac{6}{11},\frac{-2}{11}$
16.	B	यदि घटनाएं A *व* B *परस्पर स्वतंत्र* घटनाएं हैं तो A' *व* B' भी परस्पर स्वंतंत्र घटनाएं होंगी अतः $P(A'B')=P(A')P(B')$ $=P[1-P(A)][1-P(B)]$ If $A\ and\ B\ are$ independent events then $A' and\ B'$ will also be independent so : $P(A'B')=P(A')P(B')$ $=P[1-P(A)][1-P(B)]$
17.	D	$P(A/B)=P(B/A)$ $\Rightarrow\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$ $\Rightarrow P(A)=P(B)$

18.	असत्य/ False	$$P(E)=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}}=\frac{4}{5}$$
19.	C	समांतर रेखाओं के दिक् अनुपात समान नहीं समानुपाती होने अनिवार्य हैं| यहां दिक् अनुपात : $$\frac{3}{6}=\frac{2}{4}=\frac{-8}{-16}=\frac{1}{2}\ सभी$$ Parallel lines must have direction ratios proportional but not equal necessarily. Here direction ratios are : $$\frac{3}{6}=\frac{2}{4}=\frac{-8}{-16}=\frac{1}{2}\ all$$
20.	A	**(एकैकी फलन) One-one function:** If $x_1 \neq x_2\ then\ 2x_1 \neq 2x_2 , \forall\ x_1 , x_2 \in \mathcal{R}$ So f is one-one. **(आच्छादक फलन) Onto function :** Let $y = 2x$ $$x=\frac{y}{2}\in\mathcal{R}\ always\ \forall\ x,y\ \in\mathcal{R}$$ Given reason is correct and explains A correctly. दिया गया कारण सही है एवं A की सही व्याख्या करता है |

खंड – ब

SECTION – B (2×5=10)

21.	$f(x) = cos\, x\, , g(x) = 3x^2$ $fog(x) = f\big(g(x)\big) = f(3x^2) = cos3x^2$ $gof(x) = g\big(f(x)\big) = g(cos\, x\,) = 3cos^2x$ $\Rightarrow gof \neq fog$	1 1
	अथवा (OR)	
	Using $\cos^{-1} x + \sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ $\tan^{-1} 1 + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ $= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$	1 1
22.	$A + A' = I$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} cos\, x & -sin\, x \\ sin\, x & cos\, x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cos\, x & sin\, x \\ -sin\, x & cos\, x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} 2\cos x & 0 \\ 0 & 2\cos x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow 2\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$	½ ½ ½ ½
23.	$y = \tan^{-1}\left(\frac{sin\, x}{1 + cos\, x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2sin\frac{x}{2}cos\frac{x}{2}}{2cos^2\frac{x}{2}}\right)$ $= \tan^{-1}\left(\tan\frac{x}{2}\right)$ $\Rightarrow y = \frac{x}{2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$	1 1

24.	$y = a \cos x + b \sin x$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -a \sin x + b \cos x$ $\Rightarrow \frac{d^2x}{dy^2} = -a \cos x - b \sin x$ $\Rightarrow \frac{d^2x}{dy^2} = -y$ $\Rightarrow \frac{d^2x}{dy^2} + y = 0$ **अथवा (OR)** $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2sin^2 \frac{x}{2}}{2cos^2 \frac{x}{2}} = tan^2 \frac{x}{2}$ $\Rightarrow \int dy = \int tan^2 \frac{x}{2} dx + c$ $\Rightarrow \int dy = \int \left(sec^2 \frac{x}{2} - 1\right) dx + c$ $\Rightarrow y = 2tan \frac{x}{2} - x + c$	½ ½ 1 1 1
25.	Let P(odd number)=$p = \frac{1}{2}$, माना विषम संख्या आने की प्रायिकता=$p = \frac{1}{2}$ $then\ P(even\ number) = q = \frac{1}{2}$ माना सम संख्या आने की प्रायिकता=$q = \frac{1}{2}$ $p(x \geq 1) = 1 - p(x = 0)$ $= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ $= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$	½ 1 ½

खंड – स

SECTION – C (3×6=18)

26.	Given that : L= set of all lines in XY-plane $\mathcal{R} = \{(L_1, L_2): L_1 \textit{ is parallel to } L_2\}$ **Reflexivity:** $L_1 \| L_1 \ \ \forall\ L_1 \in L$ So $\mathcal{R}$ is reflexive. **Symmetry:** $Let\ L_1, L_2 \in L\ and\ L_1 \| L_2$ $\Longrightarrow L_2 \| L_1$ So $\mathcal{R}$ is symmetric. **Transitivity:** $Let\ L_1, L_2, L_3 \in L$ $also\ L_1 \| L_2\ and\ L_2 \| L_3$ $\Longrightarrow L_1 \| L_2 \| L_3$ $\Longrightarrow L_1 \| L_3$ So $\mathcal{R}$ is Transitive. Hence $\mathcal{R}$ is an **equivalance** relation. दिया है: L= XY-तल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय $\mathcal{R} = \left\{(L_1, L_2): L_1 \text{ समांतर है } to\ L_2\right\}$ **स्वतुल्यता:** $L_1 \| L_1 \ \ \forall\ L_1 \in L$ अतः $\mathcal{R}$ स्वतुल्य है| **सममितता:** $\text{माना} L_1, L_2 \in L \text{ और} L_1 \| L_2$ $\Longrightarrow L_2 \| L_1$ अतः $\mathcal{R}$ सममित है ।	 1 1 1 1 1

	संक्रामकता: $$\text{माना } L_1, L_2, L_3 \in L$$ $$\text{तथा } L_1 \| L_2 \ , \quad L_2 \| L_3$$ $$\Rightarrow L_1 \| L_2 \| L_3$$ $$\Rightarrow L_1 \| L_3$$ अतः $\mathcal{R}$ संक्रामक है । . अतः $\mathcal{R}$ एक **तुल्यता** संबंध है|	1
	अथवा (OR) माना (Let) $x = a\sin\theta$ $$\tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a\sin\theta}{\sqrt{a^2-a^2sin^2\theta}}\right)$$ $$= \tan^{-1}\left(\frac{a\sin\theta}{a\sqrt{1-sin^2\theta}}\right)$$ $$= \tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)$$ $$= \tan^{-1}(\tan\theta)$$ $$= \theta = \sin^{-1}\frac{x}{a}$$	1 1 1
27.	दिया है (Given that): $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ $$B' = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \\ -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$ $$P = \frac{1}{2}(B+B') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -3 & 6 & 2 \\ -3 & 2 & -6 \end{bmatrix}$$ $$= \begin{bmatrix} 2 & -3/2 & -3/2 \\ -3/2 & 3 & 1 \\ -3/2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$	1 1

	$Q=\frac{1}{2}(B-B')=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & -1 & -5\\ 1 & 0 & 6\\ 5 & -6 & 0\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}0 & -1/2 & -5/2\\ 1/2 & 0 & 3\\ 5/2 & -3 & 0\end{bmatrix}$ अब (Now) : $P+Q=\begin{bmatrix}2 & -3/2 & -3/2\\ -3/2 & 3 & 1\\ -3/2 & 1 & -3\end{bmatrix}$ $+\begin{bmatrix}0 & -1/2 & -5/2\\ 1/2 & 0 & 3\\ 5/2 & -3 & 0\end{bmatrix}$ $\Rightarrow P+Q=\begin{bmatrix}2+0 & \frac{-3}{2}-\frac{1}{2} & \frac{-3}{2}-\frac{5}{2}\\ \frac{-3}{2}+\frac{1}{2} & 3+0 & 1+3\\ \frac{-3}{2}+\frac{5}{2} & 1-3 & -3+0\end{bmatrix}$ $\Rightarrow P+Q=\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}=B$ Where P is a symmetric matrix and Q is a skew symmetric matrix. जहाँ एक P सममित आव्यूह है तथा Q एक विषम सममित आव्यूह है |	1
28.	At $x=0$ $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{3x+4\tan x}{x}=\frac{0}{0}\ form$ Applying L'Hospital Rule: L'Hospital नियम का प्रयोग करने पर : $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{3+4\sec^2 x}{1}=3+4=7$ So $at\ x=0$ for being continuous function should be redefined as:	½ 1

अतः $x = 0$ पर सतत बनाने के लिए फलन $f(x)$ को निम्न प्रकार से पुनर्परिभाषित किया जाना चाहिए :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x + 4\tan x}{x} & ; \ x \neq 0 \\ 7 & ; \quad x = 0 \end{cases}$$

तब Then $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0) = 7$ 1

So f is continuous at $x = 0$

अब f अब एक सतत फलन होगा |

½

29. दिया है (Given that):

$$f(x) = \sin x + \cos x$$
$$\Rightarrow f'(x) = \cos x - \sin x$$

½

रखिए (Put): $f'(x) = 0$

$$\Rightarrow \cos x - \sin x = 0$$
$$\Rightarrow \cos x = \sin x$$

½

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \quad ; 0 \le x \le 2\pi$$

The points $x = \frac{\pi}{4}$ *and* $x = \frac{5\pi}{4}$ divide the interval $[0,2\pi]$

Into three disjoint intervals namely :

बिंदु $x = \frac{\pi}{4}$ *and* $x = \frac{5\pi}{4}$ अंतराल $[0,2\pi]$ को तीन असयुंक्त अंतरालों में बांटते हैं , नामतः

½

$$\left[0,\frac{\pi}{4}\right) , \left(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right) , \left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right]$$

निष्कर्ष(Conclusion):

अंतराल (Interval)	$f'(x)$ का चिह्न Sign of $f'(x)$	फलन की प्रकृति Nature of function
$\left[0,\frac{\pi}{4}\right)$	> 0	f वर्धमान है

½

			f is strictly increasing.	
	$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$	< 0	f ह्रासमान है f is strictly decreasing	½
	$\left(\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right]$	> 0	f वर्धमान है f is strictly increasing	½

30.

Put $\tan x = y$ रखने पर

Differentiating w.r.t. x:

x के सापेक्ष अवकलन करने पर :

$$sec^2x\, dx = dy$$

$$I = \int \frac{sec^2x}{\sqrt{tan^2x + 4}} dx = \int \frac{dy}{\sqrt{y^2 + 4}}$$ 1

$$I = \int \frac{dy}{\sqrt{y^2 + (2)^2}}$$

सूत्र(formula):

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \log|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$$ 1

अतः(So):

$$I = \log|y + \sqrt{y^2 + 2^2}| + c$$

Put y = $\tan x$

$$I = \log|\tan x + \sqrt{tan^2x + 4}| + c$$ 1

अथवा (OR)

Put $x^4 = y$ रखने पर

Differentiating w.r.t. x:

x के सापेक्ष अवकलन करने पर:

$$4x^3dx = dy$$

$$x^3dx = \frac{dy}{4}$$ 1

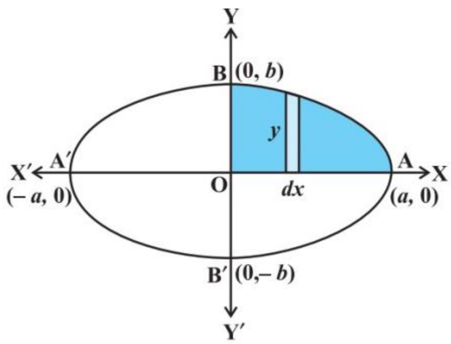
	$$I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}}\,dx = \int \frac{dy}{4\sqrt{1-y^2}}$$ Using $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c$ (का उपयोग करते हुए) : then (तब): $$I = \frac{1}{4}\sin^{-1} y$$ Put $x^4 = y$ रखने पर: $$I = \frac{1}{4}\sin^{-1}(x^4) + C$$	1 1
31.	$$\vec{a} + \vec{b} = (\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}) + (\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}) = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 4\hat{k}$$ $$\vec{a} - \vec{b} = (\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}) - (\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}) = -\hat{\jmath} - 2\hat{k}$$ अब (Now) $$\vec{c} = (\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$ $$\vec{c} = -2\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} \pm 2\hat{k}$$ $$\lvert\vec{c}\rvert = 2\sqrt{6}$$ $$\Rightarrow \hat{c} = \frac{\vec{c}}{\lvert\vec{c}\rvert} = \frac{-1}{\sqrt{6}}\hat{\imath} + \frac{2}{\sqrt{6}}\hat{\jmath} - \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$$ Then $\hat{c}$ will be perpendicular to $(\vec{a} + \vec{b})$ *and* $(\vec{a} - \vec{b})$ *since* $\vec{A} \times \vec{B}$ *is always perpendicular to both* $\vec{A}$ *and* $\vec{B}$. अब $\hat{c}$, $\vec{a} + \vec{b})$ *और* $(\vec{a} - \vec{b})$ पर एक लम्ब मात्रक सदिश होगा क्योंकि $\vec{A} \times \vec{B}$, $\vec{A}$ *और* $\vec{B}$ दोनों पर एक लम्ब सदिश होगा|	½ ½ ½ ½ 1

खंड – द

SECTION – D (5×4=20)

32.	Comparing with $AX = B$: $AX = B$ के साथ तुलना करने पर : $$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 10 \\ 4 & -6 & 5 \\ 6 & 9 & -20 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1/x \\ 1/y \\ 1/z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$ $$\lvert A \rvert = 1200 \neq 0$$ $\Rightarrow A^{-1}\ exists$(उपस्थित होगा)	½
	Co-factors of A are : A के सहखंडज : $$A_{11} = 75, A_{12} = 110, A_{13} = 72$$	½
	$$A_{21} = 150, A_{22} = -100, A_{23} = 0$$	½
	$$A_{31} = 75, A_{32} = 30, A_{33} = -24$$	½
	$$\Rightarrow adjA = \begin{bmatrix} 75 & 150 & 75 \\ 110 & -100 & 30 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}$$	½
	$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{adj\ A}{\lvert A \rvert} = \frac{1}{1200}\begin{bmatrix} 75 & 150 & 75 \\ 110 & -100 & 30 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}$$	½
	$$\Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{1200}\begin{bmatrix} 75 & 150 & 75 \\ 110 & -100 & 30 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$	½
	$$\Rightarrow X = \frac{1}{1200}\begin{bmatrix} 300 + 150 + 150 \\ 440 - 100 + 60 \\ 288 + 0 - 48 \end{bmatrix}$$	½
	$$\Rightarrow X = \frac{1}{1200}\begin{bmatrix} 600 \\ 400 \\ 240 \end{bmatrix}$$ $$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1/x \\ 1/y \\ 1/z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/3 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$	½
	$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$	½

33.	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos^2x\ dx}{cos^2x + 4sin^2x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos^2x\ \ dx}{cos^2x + 4(1 - COS^2x)}$ =	
	$\Rightarrow \boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{-1}}{\boldsymbol{3}} \int_{\boldsymbol{0}}^{\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}} \frac{\boldsymbol{-3}cos^2x\ \ dx}{cos^2x + 4(1 - COS^2x)}$	½
	And(और):	
	$\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(4 - 3cos^2x - 4)\ dx}{4 - 3COS^2x}$	½
	$\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(4 - 3cos^2x)dx}{4 - 3COS^2x} + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4 - 3cos^2x}$	½
	$\Rightarrow I = \frac{-1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1.dx + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4 - \frac{3}{sec^2x}}$	
	$\Rightarrow I = \frac{-1}{3}\left[\frac{\pi}{2} - 0\right] + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sec^2xdx}{4sec^2x - 3}$	½
	$\Rightarrow I = \left[\frac{-\pi}{6}\right] + \frac{4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sec^2xdx}{4(1 + tan^2x) - 3}$	½
	$\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2sec^2xdx}{1 + 4tan^2x}$	½
	Put (रखिए): $2\tan x = t$ $\Rightarrow 2sec^2x\ dx = dt$ If (यदि): $x = 0 \Rightarrow t = 0\ ; x = \frac{\pi}{2}\ , t = \infty$	½
	$\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3} \int_0^{\infty} \frac{dt}{1 + t^2}$	½
	$\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3}[\tan^{-1}\infty - \tan^{-1}0]$	½
	$\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2}{3}\left[\frac{\pi}{2} - 0\right]$	½

	$\Rightarrow I = \frac{-\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ **अथवा (OR)** Given ellipse is : दिया गया दीर्घवृत : $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{\sqrt{3}^2} = 1$ $\Rightarrow y = \sqrt{3}.\sqrt{1 - \frac{x^2}{5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{5}\sqrt{5^2 - x^2}$ आकृति में (in figure) : $a = \pm 5$, $b = \pm\sqrt{3}$  Required Arae (वांछित क्षेत्रफल)=$A = 4.\int_0^a y.dx$ $A = 4\int_0^5 \frac{\sqrt{3}}{5}\sqrt{5^2 - x^2}dx = \frac{4\sqrt{3}}{5}\int_0^5 \sqrt{5^2 - x^2}\ dx$ $\Rightarrow A = \frac{4\sqrt{3}}{5}\left[\frac{x}{2}\sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2}\sin^{-1}\frac{x}{5}\right]_0^5$ $A = \frac{4\sqrt{3}}{5}\left[\frac{25}{2} \times \frac{\pi}{2}\right] = 5\sqrt{3}\pi\ square\ units.$	1 1 1 1 1
34.	Here (यहां): $\overrightarrow{a_1} = -\hat{\imath} - \hat{\jmath} - \hat{k}$, $\overrightarrow{b_1} = 7\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + \hat{k}$ $\overrightarrow{a_2} = 3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 7\hat{k}$, $\overrightarrow{b_2} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}$ $\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1} = 4\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} + 8\hat{k}$	½ ½ ½ 1

	$\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 7 & -6 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -4\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} - 8\hat{k}$ $S.D. = \left\| \frac{(\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}).(\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1})}{\|\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}\|} \right\|$ न्यूनतम दूरी $(S.D.)$ $= \left\| \frac{(-4\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} - 8\hat{k}).(4\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} + 8\hat{k})}{\|\sqrt{16+36+64}\|} \right\|$ $S.D. = \left\| \frac{116}{\|\sqrt{116}\|} \right\| = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}\, units$	1 1 ½
	अथवा (OR) The vector equation of a line passing through a point with position vector $\vec{a}$ and parallel to a vector $\vec{b}$ is given by : दिए गए बिंदु $\vec{a}$ से जाने वाली तथा दिए गए सदिश $\vec{b}$ के समांतर रेखा का समीकरण: $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$ Given that (दिया है): $\vec{a} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k}$ Direction vectors of given two lines : दी हुई दोनों रेखाओं के दिक् सदिश: $\overrightarrow{b_1} = 3\hat{\imath} - 16\hat{\jmath} + 7\hat{k}$ $\overrightarrow{b_2} = 3\hat{\imath} + 8\hat{\jmath} - 5\hat{k}$ $\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}$ will be perpendicular to both $\overrightarrow{b_1}$ and $\overrightarrow{b_2}$. $\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2}$ दोनों $\overrightarrow{b_1}$ और $\overrightarrow{b_2}$ के लम्ब सदिश होगा| Now (अब) : $\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & -16 & 7 \\ 3 & 8 & -5 \end{vmatrix} = 24\hat{\imath} + 36\hat{\jmath} + 72\hat{k} = \vec{b}$ So required line is: अतः वांछित रेखा का समीकरण: $\vec{r} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k} + \lambda(24\hat{\imath} + 36\hat{\jmath} + 72\hat{k})$	1 ½ 1 ½ 1 1

Or

$$\vec{r} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 6\hat{k})$$

35. Objective function (उद्देश्य फलन) : $Z = -x + 2y$

Given constraints are:

दिए गए अवरोध:

$$x \geq 3, x + y \geq 5, x + 2y \geq 6, y \geq 0$$

Consider the system of lines according to given constraints:

दिए गए अवरोधों के अनुसार रैखिक समीकरणों का निकाय:

$x = 3$

x	3	3
y	0	1

½

$x + y = 5$

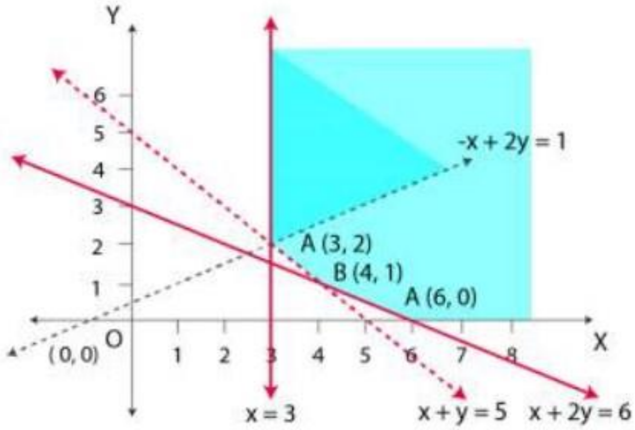
x	5	0
y	0	5

½

$x + 2y = 6$

x	6	0
y	0	3

½



1.5

Corner Point (शीर्ष बिंदु)	$Z = -x + 2y$ Z का मान(Value of Z)
(6,0)	-6

1

	(4,1) | -2 (3,2) | 1 Since feasible region is unbounded so we have to graph the inequality $Z > 1$ from which we find that resulting region has points in common with U.F.R. So Z has no maximum value. क्योंकि सुसंगत क्षेत्र असीमित है अतः हमें $Z > 1$ का आलेख बनाना होगा जिससे हम ये पाते हैं कि $Z > 1$ का सुसंगत क्षेत्र में कुछ साँझा क्षेत्र भी है अतः Z का कोई भी अधिकतम मान नहीं हो सकता |		1

खंड – ल

SECTION – E (4×3=12)

36.	Here (यहां) : $p(x) = 41 - 72x - 18x^2$ $p'(x) = -72 - 36x$ $p''(x) = -36 < 0$ $\Rightarrow p$ will attain maximum value where $p'(x) = 0$ अतः $p'(x) = 0$ पर $p(x)$ का मान अधिकतम होगा| Now(अब) : $p'(x) = 0$ $-72 - 36x = 0$ **(a)** $\Rightarrow x = -2$ is the point of local maxima. $\Rightarrow x = -2$ स्थानीय उच्चतम का एक बिंदु होगा| Yes ,we can apply second derivative test here since being a polynomial function of second degree $p(x)$ is twice differentiable. हाँ हम यहां द्वितीय अवकलज परीक्षण लगा सकते हैं क्योंकि $p(x)$ एक द्विघात समीकरण होने के कारण दो बार लगातार अवकलनीय है|	1 1 1

	(b) Maximum profit (अधिकतम लाभ): $p(-2) = 41 - 72(-2) - 18(-2)^2 = 113$ units	1
37.	दिया हुआ अवकलज समीकरण: Given differential equation is : $$\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x$$ प्रकार (Type) : This is a Linear differential equation of the type : यह निम्न प्रकार का रैखिक अवकलज समीकरण है: $$\frac{dy}{dx} + Py = Q, P = P(x), Q = Q(x)$$ Where degree =1,order = 1 जहां घात = 1 ,कोटि = 1 General solution : व्यापक हल : $$I.F. = e^{\int 2\,dx} = e^{2x}$$ $$\Rightarrow y.e^{2x} = \int \sin x\,.\,e^{2x}dx\ + c$$ $$\Rightarrow y.e^{2x} = I + c$$ Now (अब): $$I = \int \sin x\,.\,e^{2x}dx$$ $$I = \sin x\,.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2}\int \cos x\,.\,e^{2x}\,dx$$ $$I = \sin x\,.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}\cos x\,.\,e^{2x} - \frac{1}{4}\int \sin x\,.\,e^{2x}dx$$ $$I = \sin x\,.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}\cos x\,.\,e^{2x} - \frac{1}{4}I$$ $$I + \frac{1}{4}I = \sin x\,.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}\cos x\,.\,e^{2x}$$ $$\frac{5}{4}I = \sin x\,.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}\cos x\,.\,e^{2x}$$	½ ½ ½ ½ ½ ½

	$I = \frac{4}{5}\left(\sin x \,.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}\cos x \,.\, e^{2x}\right)$ $I = \frac{e^{2x}}{5}(2\sin x - \cos x)$ $\Rightarrow y.e^{2x} = \frac{e^{2x}}{5}(2\sin x - \cos x) + c$ $\Rightarrow y = \frac{1}{5}(2\sin x - \cos x) + ce^{-2x}$	½ ½
38.	Ram celebrates his birthday on 29th February ,so the given year is a leap year. In a leap year, there are 366 days i.e., 52 weeks and 2 days. In 52 weeks, there are 52 Tuesdays. Therefore, the probability that the leap year will contain 53 Tuesday is equal to the probability that the remaining 2 days will be Tuesdays. The remaining 2 days can be any of the following : Monday and Tuesday, Tuesday and Wednesday, Wednesday and Thursday, Thursday and Friday, Friday and Saturday, Saturday and Sunday and Sunday and Monday Total number of cases = 7 Favourable cases = 2 ∴ Probability that a leap year will have 53 Tuesdays = $\frac{2}{7}$ So $P(Ram\ wins\ the\ watch) = \frac{2}{7}$ राम अपना जन्मदिन 29 फरवरी को मनाता है अतः दिया हुआ वर्ष एक लीप वर्ष है | लीप वर्ष में कुल दिन = 366 अर्थात 52 सप्ताह एवं 2 दिन 52 सप्ताहों में 52 मंगलवार होंगे|अतः 53 वां मंगलवार बचे हुए अंतिम दो दिनों में ही आएगा | अंतिम दो दिनों में संभव जोड़ियां :	1 1 1 1 1

	(सोमवार, मंगलवार) (मंगलवार,बुधवार) (बुधवार ,वीरवार) (वीरवार ,शुक्रवार) (शुक्रवार ,शनिवार) (शनिवार ,रविवार) (रविवार, सोमवार) कुल संभव परिणाम = 7 अनुकूल परिणाम = 2 अतः वर्ष में 53 मंगलवार होने या राम के घड़ी जीतने की प्रायिकता = $\frac{2}{7}$	1 1 1